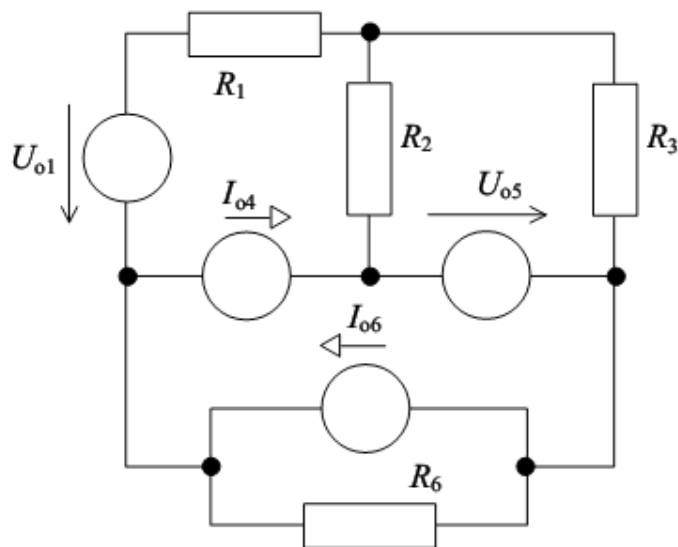


Zadání:

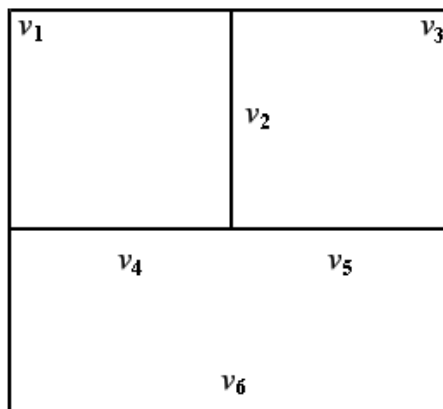
V zadaném schématu zapojení stejnosměrného obvodu postupujte podle bodů zadání projektu. Zadané hodnoty jsou: $U_{o1} = 5 \text{ V}$, $U_{o5} = 10 \text{ V}$, $I_{o4} = 2,5 \text{ A}$, $I_{o6} = 5 \text{ A}$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = 1 \Omega$.



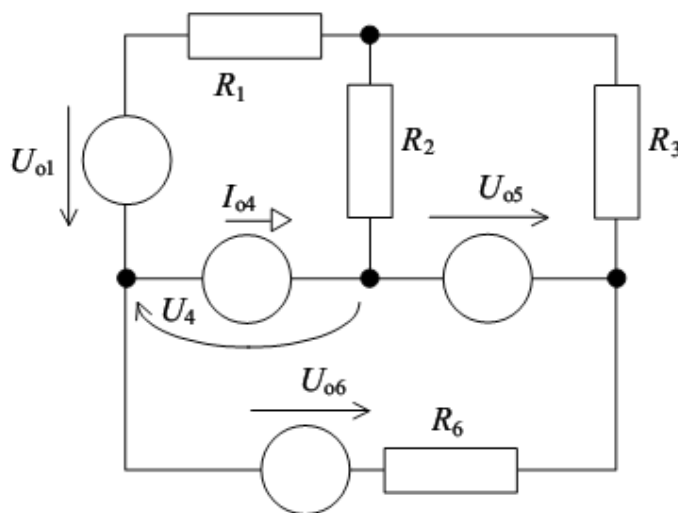
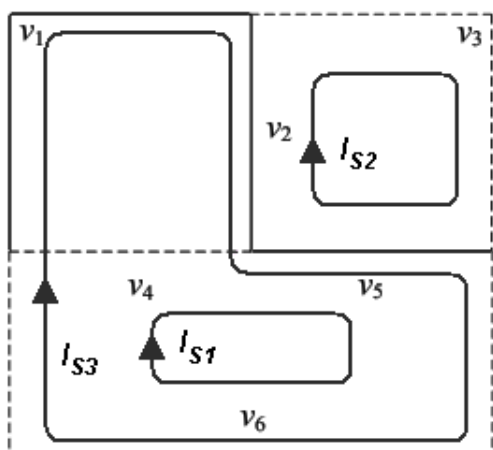
Řešení:

a) soubor větví stromu, nezávislých větví, nezávislých řezů a nezávislých smyček

větve kostry zadaného obvodu:



nezávislé smyčky upraveného obvodu:



Větve stromu:

v_1, v_2, v_5

Nezávislé větve:

v_3, v_4, v_6

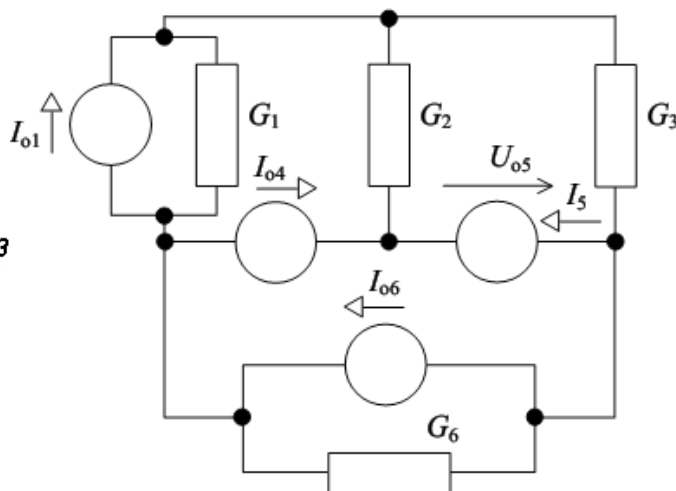
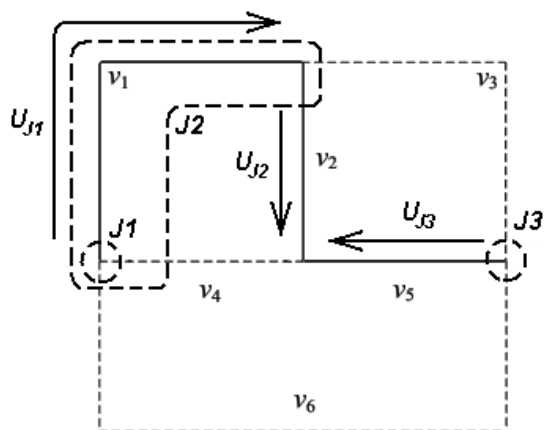
Nezávislé smyčky:

$$S_1 \in \langle v_4, v_5, v_6 \rangle$$

$$S_2 \in \langle v_2, v_3, v_5 \rangle$$

$$S_3 \in \langle v_1, v_2, v_5, v_6 \rangle$$

nezávislé řezy upraveného obvodu:



Větve stromu: v_1, v_2, v_5
 Nezávislé větve: v_3, v_4, v_6

Nezávislé řezy:
 $J_1 \in \langle v_1, v_4, v_6 \rangle$
 $J_2 \in \langle v_2, v_3, v_4, v_6 \rangle$
 $J_3 \in \langle v_3, v_5, v_6 \rangle$

b) obvodové rovnice nezávislých řezů

Parametry náhradního zdroje proudu:

$$G_1 = R^{-1} = 1^{-1} = 1 \text{ S}$$

$$I_{01} = G_1 \cdot U_{01} = 1 \cdot 5 = 5 \text{ A}$$

Obvodové rovnice:

$$\begin{aligned} \text{řez } J_1: & G_1 \cdot U_{J1} + G_6 \cdot (U_{J1} + U_{J2} - U_{J3}) = -I_{01} - I_{04} + I_{06} \\ \text{řez } J_2: & G_6 \cdot (U_{J1} + U_{J2} - U_{J3}) + G_3 \cdot (U_{J2} - U_{J3}) + G_2 \cdot U_{J2} = -I_{04} + I_{06} \\ \text{řez } J_3: & -G_6 \cdot (U_{J1} + U_{J2} - U_{J3}) - G_3 \cdot (U_{J2} - U_{J3}) = -I_{06} + I_5 \\ \\ \text{řez } J_1: & U_{J1} \cdot (G_1 + G_6) + U_{J2} \cdot G_6 - U_{J3} \cdot G_6 = -I_{01} - I_{04} + I_{06} \\ \text{řez } J_2: & U_{J1} \cdot G_6 + U_{J2} \cdot (G_2 + G_3 + G_6) - U_{J3} \cdot (G_3 + G_6) = -I_{04} + I_{06} \\ \text{řez } -U_{J1}: & -U_{J1} \cdot G_6 - U_{J2} \cdot (G_3 + G_6) + U_{J3} \cdot (G_3 + G_6) = -I_{06} + I_5 \end{aligned}$$

Maticový zápis obvodových rovnic s ohledem na rovnost $U_{J2} = -U_{05} = -10 \text{ V}$

	U_{J1}	U_{J2}	U_{J3}	U	I
	$G_1 + G_6$	G_6	$-G_6$	U_{J1}	$-I_{01} - I_{04} + I_{06}$
	G_6	$G_2 + G_3 + G_6$	$-G_3 - G_6$	U_{J2}	$-I_{04} + I_{06}$
	$-G_6$	$-G_3 - G_6$	$G_3 + G_6$	U_{J3}	$-I_{06} + I_5$
	2	1	-1	U_{J1}	-12,5
	1	3	-2	U_{J2}	-17,5
	-1	-2	2	-10	$-I_5 - 5$

Hlavní determinant: $\Delta G = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - (1) = 5$

$$\Delta U_{J1} = \begin{vmatrix} -12,5 & 1 \\ -17,5 & 3 \end{vmatrix} = -37,5 + 17,5 = -20 \quad \Delta U_{J2} = \begin{vmatrix} 2 & -12,5 \\ 1 & -17,5 \end{vmatrix} = -35 + 12,5 = -22,5$$

$$U_{J1} = \frac{\Delta U_{J1}}{\Delta G} = \frac{-20}{5} = -4 \text{ V} \quad U_{J2} = \frac{\Delta U_{J2}}{\Delta G} = \frac{-22,5}{5} = -4,5 \text{ V}$$

$$I_5 = I_{06} - U_{J1} \cdot G_6 - U_{J2} \cdot (G_3 + G_6) + U_{J3} \cdot (G_3 + G_6) = 5 + 4 \cdot 2 + 4,5 \cdot 2 - 10 \cdot 2 = 2 \text{ A}$$

Řešení rovnic: $U_{J1} = -4 \text{ V}, U_{J2} = -4,5 \text{ V}, I_5 = 2 \text{ A}$

c) **obvodové rovnice smyčkových proudů**

Parametry náhradního zdroje napětí:

$$R_6 = 1 \Omega$$

$$U_{O6} = R_6 \cdot I_{O6} = 1 \cdot 5 = 5 V$$

Obvodové rovnice:

$$\begin{aligned} \text{smyčka } S_1: & -U_{O6} - U_{O4} + U_{O5} + R_6 \cdot (I_{S1} + I_{S3}) = 0 \\ \text{smyčka } S_2: & -U_{O5} + R_2 \cdot (I_{S2} - I_{S3}) + R_6 \cdot I_{S2} = 0 \\ \text{smyčka } S_3: & -U_{O6} - U_{O1} + R_1 \cdot I_{S3} + R_2 \cdot (I_{S3} - I_{S2}) + U_{O5} + R_6 \cdot (I_{S1} + I_{S3}) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{smyčka } S_1: & I_{S1} \cdot R_6 + I_{S3} \cdot R_6 = U_4 - U_{O5} + U_{O6} \\ \text{smyčka } S_2: & I_{S2} \cdot (R_2 + R_3) - I_{S3} \cdot R_2 = U_{O5} \\ \text{smyčka } S_3: & I_{S1} \cdot R_6 - I_{S2} \cdot R_2 + I_{S3} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) = U_{O1} - U_{O5} + U_{O6} \end{aligned}$$

Maticový zápis obvodových rovnic s ohledem na rovnost $I_{S2} = I_{O4} = 2,5 A$

$$\begin{array}{ccc|ccc} I_{S1} & I_{S2} & I_{S3} & I & U \\ \hline R_6 & 0 & R_6 & I_{S1} & U_4 - U_{O5} + U_{O6} \\ 0 & R_2 + R_6 & -R_2 & I_{S2} & U_{O5} \\ R_6 & -R_2 & R_1 + R_2 + R_6 & I_{S3} & U_{O1} - U_{O5} + U_{O6} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 2,5 & U_4 - 5 \\ 0 & 2 & -1 & I_{S2} & 10 \\ 1 & -1 & 3 & I_{S3} & -2,5 \end{array}$$

Hlavní determinant: $\Delta R = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - (1) = 5$

$$\Delta I_{S2} = \begin{vmatrix} 10 & -1 \\ -2,5 & 3 \end{vmatrix} = 30 - 2,5 = 27,5 \quad \Delta I_{S3} = \begin{vmatrix} 2 & 10 \\ -1 & -2,5 \end{vmatrix} = -5 + 10 = 5$$

$$I_{S2} = \frac{\Delta I_{S2}}{\Delta R} = \frac{27,5}{5} = 5,5 A \quad I_{S3} = \frac{\Delta I_{S3}}{\Delta R} = \frac{5}{5} = 1 A$$

$$U_4 = I_{S1} \cdot R_6 + I_{S3} \cdot R_6 + U_{O5} - U_{O6} = 2,5 + 1 + 10 - 5 = 8,5 V$$

Řešení rovnic:

$$I_{S2} = 5,5 A, I_{S3} = 1 A, U_4 = 8,5 V$$

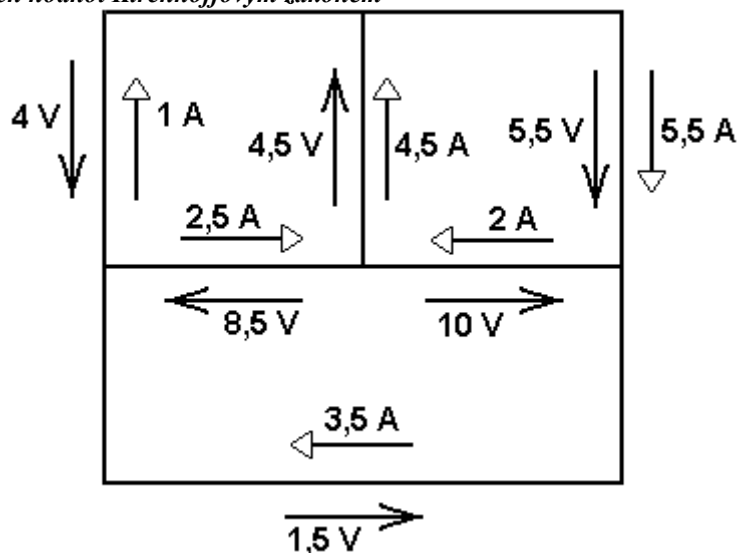
Výpočet proudů:

$$\begin{aligned} I_{O1} &= I_{S3} = 1 A \\ I_{R2} &= I_{S2} - I_{S3} = 5,5 - 1 = 4,5 A \\ I_{R3} &= I_{S3} = 5,5 = 5,5 A \\ I_{O4} &= I_{S1} = 2,5 A \\ I_5 &= 2 A \\ I_{O6} &= I_{S1} - I_{S3} = 2,5 - 1 = 3,5 A \end{aligned}$$

Výpočet napětí:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_{J1} = 4 V \\ U_{R2} &= U_{J2} = 4,5 V \\ U_{R3} &= U_{J2} - U_{J3} = -4,5 - (-10) = 5,5 V \\ U_4 &= 8,5 V \\ U_{O5} &= -U_{J3} = 10 V \\ U_{R6} &= U_{J1} + U_{J2} - U_{J3} = -4 - 4,5 - (-10) = 1,5 V \end{aligned}$$

d) ověření vypočtených hodnot Kirchhoffovým zákonem



e) výkony

$$P_{01} = -U_{01} \cdot I_1 = -5 \cdot 1 = -5 \text{ W dodává energii}$$

$$P_{04} = -U_4 \cdot I_{04} = -8,5 \cdot 2,5 = -21,25 \text{ W dodává energii}$$

$$P_{05} = -U_{05} \cdot I_5 = -10 \cdot 2 = -20 \text{ W dodává energii}$$

$$P_{06} = -U_{06} \cdot I_{06} = -1,5 \cdot 5 = -7,5 \text{ W dodává energii}$$

Součet výkonů ideálních zdrojů: $P_Z = -5 - 21,25 - 20 - 7,5 = -53,75 \text{ W}$

$$P_{R1} = -U_{R1} \cdot I_1 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ W}$$

$$P_{R2} = -U_{R2} \cdot I_{R2} = 4,5 \cdot 4,5 = 20,25 \text{ W}$$

$$P_{R3} = -U_{R3} \cdot I_{R3} = 5,5 \cdot 5,5 = 30,25 \text{ W}$$

$$P_{R6} = U_{06} \cdot I_{R6} = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ W}$$

Součet výkonů pasivních větví: $P_{RZ} = 1 + 20,25 + 30,25 + 2,25 = 53,75 \text{ W}$

f) ověření vypočtených výkonů Tellegenovou větou

$$\sum_K P_K = 0 \text{ W}$$